



## 1 Inledning

Denna laboration syftar till att du skall få djupare förståelse för likheterna mellan de hela talen (mängden  $\mathbb{Z}$ ) och polynom över de hela talen. Du skall fördjupa dig i faktorisering, primtal/irreducibelt polynom, multiplicitet, största gemensamma delare, minsta gemensamma multipel, kvot, delare samt rest och se att begreppen har samma mening i båda mängderna.

Den matematiska bakgrunden till denna laboration finns i texten Tal och Polynom. Beroende på när i din utbildning du gör denna laboration, kommer du kanske att bli förvånad över talmängden  $\mathbb{C}$ . Det är de komplexa talen, vilka behandlas i kursen Matematik E. I korthet finns en symbol  $i$  för lösningen till ekvationen  $x^2 = -1$ . Det gäller alltså att  $i^2 = -1$ .

Maxima betecknar  $i$  med `%i`. Om du inte förstår hur detta hänger ihop då du ser resultatet i sista uppgiften, hoppa över detta och återkommer till det då du läser kursen Matematik E.

De funktioner i Maxima du bör behärska efter denna laboration är `expand`, `factor`, `gcd`, `divide`, `quotient`, `remainder` och `solve`.

För att få ut så mycket som möjligt av denna laboration bör du fundera över varför uppgifterna är valda som de är. Med andra ord bör du fundera på den pedagogiska poängen med laborationen. Om du bara utför uppgifterna en och en, utan att fundera över hur de hänger ihop, riskerar du att gå miste om djupare insikt i matematiken.

Du redovisar laborationen skriftligt med ett Maxima script. Det skall innehålla kommentarer så att det framgår vad som görs och varför. Det skall även vara lättläst och vackert formaterat. Du skall också kunna redogöra muntligt för vad scriptet gör och kunna svara på fördjupande frågor som (förhoppningsvis) på ett rättvist sätt avslöjar om du förstått på djupet eller inte.

## 2 Utförande

### 2.1 Faktorisering, sgd och mgm

1. Repetera vad som menas med faktor, primtal, sgd och mgm.
2. Faktorisera talen  $t_1 = 547428$  och  $t_2 = 3577098$ .
3. Vilken multiplicitet har faktorerna i respektive tal?

4. Faktorisera polynomen

$$p_1 = x^7 - 3x^6 + 8x^5 - 46x^4 + 42x^3 - 68x^2 + 273x + 441$$

och

$$p_2 = x^7 - 8x^6 + 27x^5 - 79x^4 + 212x^3 - 315x^2 + 324x - 378.$$

5. Vilken multiplicitet har faktorerna i respektive polynom?
6. Bestäm största gemensamma delare till  $t_1$  och  $t_2$  respektive till  $p_1$  och  $p_2$ . Titta på faktoriseringarna först och övertyga dig om vad resultatet borde bli innan du nyttjar Maxima.
7. Bestäm den minsta gemensamma multipeln till  $t_1$  och  $t_2$  respektive till  $p_1$  och  $p_2$ .

## 2.2 Kvot och rest

1. Repetera vad som menas med kvot, delare och rest.
2. Vilken kvot och rest fås då 23 delas med 7?
3. Vilken kvot och rest fås då  $t_1$  delas med 18?
4. Kontrollera att summan av resten och produkten av kvoten och 18 blir  $t_1$ .
5. Vilken kvot och rest fås då  $t_1$  delas med 133?
6. Faktorisera 133. Varför fick du den rest du fick ovan?
7. Vilken kvot och rest fås då  $p_1$  delas med  $x^2 - 3$ ?
8. Kontrollera att summan av resten och produkten av kvoten och  $x^2 - 3$  blir  $p_1$ .
9. Jämför summan av graden för kvoten och graden för  $x^2 - 3$  med graden för  $p_1$ .
10. Vilken grad har resten? Skulle den teoretiskt kunna vara högre?
11. Vilken kvot och rest fås då  $p_1$  delas med  $x^3 + 2x^2 + 8x + 7$ ?
12. Faktorisera  $x^3 + 2x^2 + 8x + 7$ . Varför fick du den rest du fick ovan?

## 2.3 Polynom över olika talmängder

1. Repetera vad som menas med att ett polynom är ”över” en viss talmängd.
2. Skriv polynomen  $p_1 = x^2 + x - 12$ ,  $p_2 = 6x^2 + x - 40$ ,  $p_3 = x^2 + 4x + 1$  och  $p_4 = x^2 - 10x + 26$  på faktorform över talmängderna  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  och  $\mathbb{C}$ .

Undersök om du kan göra det med funktionen `factor` för vart och ett av fallen.